Probleme

Problema 1. Determinaţi descompunerea $A = LU$ pentru

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}.$$

În ce condiţii ea se va transforma în descompunerea $PA = LU$ cu $P \neq I$? Daţi un exemplu pentru acest din urmă caz.

Problema 2. Se consideră matricea

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 4 & 2 \\ 6 & 3 & 5 \end{bmatrix}.$$

Pentru ce matrice E se obţine $EA = U$, U matrice superior trunghiulară? Amplificaţi această relaţie cu $E^{-1} = L$ pentru a obţine $A = LU$.

Problema 3. Dacă $A = L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ a & 1 & 0 \\ b & c & 1 \end{bmatrix}$, atunci din $A = LU$ rezultă $U = I$. Care vor fi în acest caz matricele E_{32}, E_{31}, E_{21}? Înmulţiţi-le pentru a obţine $EA = I$, deci $E = A^{-1}$.

Problema 4. Fie $A = \begin{bmatrix} 2 & a \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = LDL^T$, unde matricea D este diagonală. Precizaţi, fără a face calcule, valoarea lui a. Determinaţi apoi matricele L şi D.

Problema 5. Determinaţi inversele matricelor $L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ a & 1 & 0 \\ b & c & 1 \end{bmatrix}$ şi L^T.

Problema 6. Determinaţi descompunerea $A = LDL^T$ pentru matricea

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}.$$